

## 第二章

# 投影基础

### 2.1 正投影与点、直线、平面的投影

#### 2.1.1 投影法

光线照射物体时，可在地面或墙面上产生影子。将这种现象加以抽象，把光源抽象为投影中心，墙面抽象为投影面，光线抽象为投影线，物体的影子抽象为投影面。如图 2-1 所示，投影线自投影中心  $S$  出发，将空间  $\triangle ABC$  投射到投影面  $P$  上，所得  $\triangle abc$  即为  $\triangle ABC$  的投影。

利用这个原理在平面上绘制出物体的图像，以表示物体的形状和大小，这种方法称为投影法。工程上应用投影法获得工程图样。

#### 2.1.2 正投影

当投影线互相平行且垂直于投影面，这时物体的投影叫正投影，如图 2-2 所示。

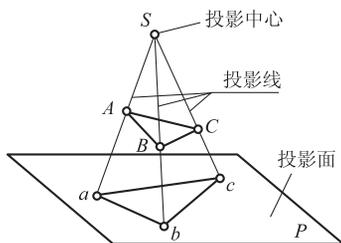


图 2-1 抽象后的投影

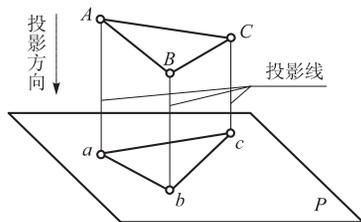


图 2-2 正投影

正投影的特点是能如实地反映物体的形状和大小，在工程应用中的图样主要使用这种方法绘制。

#### 2.1.3 点的投影

##### 1. 投影面的设立

图 2-3 所示是按国标设立的两个相互垂直的投影面，称为三投影面体系。三投影面分别为：正立投影面、水平投影面、侧立投影面，分别用  $V$ 、 $H$ 、 $W$  表示。两投影面之间的交线称为投影轴，相互垂直的三根轴分别用  $OX$ 、 $OY$ 、 $OZ$  表示。三根轴的交点  $O$  称为原点。

##### 2. 点的三面投影

为了统一起见，规定空间点用大写字母表示，如  $A$ 、 $B$ 、 $C$  等；水平投影用相应的小写字母表示，如  $a$ 、 $b$ 、 $c$  等；正面投影用相应的小写字母加撇表示，如  $a'$ 、 $b'$ 、 $c'$ ；侧面投影用相应的小写字母加两撇表示，如  $a''$ 、 $b''$ 、 $c''$ 。

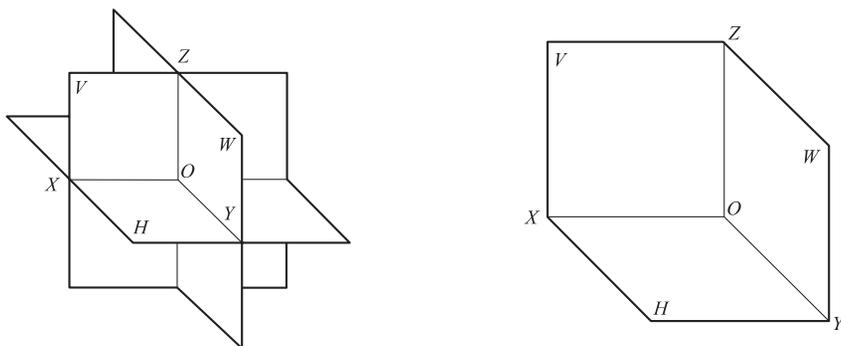


图 2-3 三投影面体系

如图 2-4 (a) 所示, 三投影面体系展开后, 点的三个投影在同一平面内, 得到了点的三面投影图。

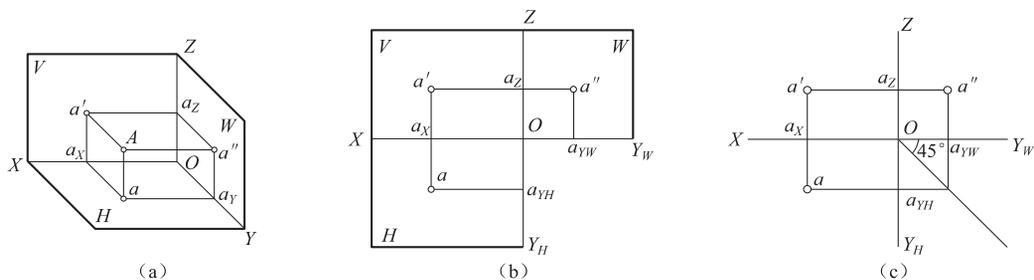


图 2-4 点的三面投影

由于投影面相互垂直, 所以三投影线也相互垂直, 8 个顶点  $A$ 、 $a$ 、 $a_y$ 、 $a'$ 、 $a''$ 、 $a_x$ 、 $O$ 、 $a_z$  构成正六面体, 根据正六面体的性质展开后如图 2-4 (b) 所示, 可以得出三面投影图的投影特性如下。

(1) 点的正面投影和水平投影的连线垂直于  $OX$  轴, 即  $aa' \perp OX$ ; 点的正面投影和侧面投影的连线垂直于  $OZ$  轴, 即  $a'a'' \perp OZ$ ; 同时  $aa_{Y_H} \perp OY_H$ ,  $a''a_{Y_W} \perp OY_W$ 。

(2) 点的投影到投影轴的距离, 反映空间点到以投影轴为界的另一投影面的距离, 即  $a'a_z = Aa'' = aa_{Y_H} = X$  坐标;  $aa_x = Aa' = a''a_z = Y$  坐标;  $a'a_x = Aa = a''a_{Y_W} = Z$  坐标。

为了表示点的水平投影到  $OX$  轴的距离等于侧面投影到  $OZ$  轴的距离, 即  $aa_x = a''a_z$ , 点的水平投影和侧面投影的连线相交于自点  $O$  所作的  $45^\circ$  角平分线, 如图 2-4 (c) 所示的方法。

### 3. 重影点及其可见性

空间两点在某投影面上的投影若出现重合, 称为重影。若  $A$ 、 $B$  两点无左右、前后距离差, 点  $A$  在点  $B$  正上方或正下方时, 两点的  $H$  面投影重合, 点  $A$  和点  $B$  称为对  $H$  面投影的重影点, 如图 2-5 (a) 所示。

当空间两点发生重影时, 其中必有一点的投影遮挡另一点的投影, 因此重影点需判别可见性。图 2-5 (b) 中的重影点应是点  $A$  遮挡点  $B$ , 点  $B$  的  $H$  面投影不可见, 规定不可见点的投影加括号表示。

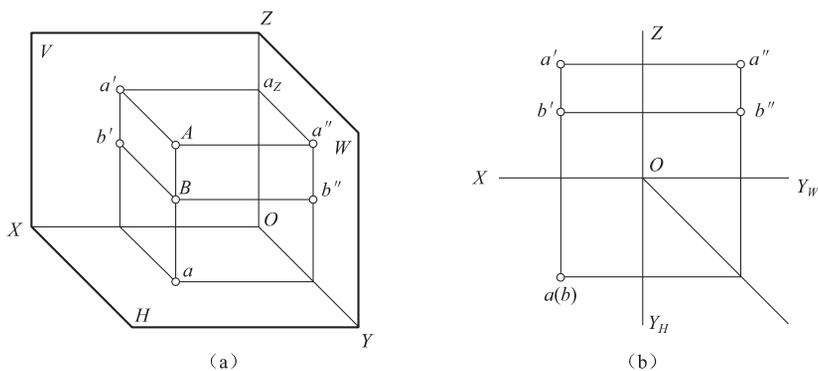


图 2-5 重影点

### 2.1.4 直线的投影

直线的投影可由属于该直线的两点的投影来确定。一般情况下，直线的投影仍是直线。在特殊情况下，若直线垂直于投影面，直线的投影可积聚为一点。

在三投影面体系中，根据直线对投影面的相对位置可以分为三种：投影面平行线、投影面垂直线、投影面倾斜线。前两种为投影面特殊位置直线，后一种为投影面一般位置直线。

#### 1. 投影面平行线的投影

与投影面平行的直线称为投影面平行线，它与一个投影面平行，与另外两个投影面倾斜。与  $H$  面平行的直线称为水平线，与  $V$  面平行的直线称为正平线，与  $W$  面平行的直线称为侧平线。它们的投影图及投影特性见表 2-1。规定直线（或平面）对  $H$ 、 $V$ 、 $W$  面的倾角分别用  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  表示。

表 2-1 投影面平行线的投影特性

名称	水平线	正平线	侧平线
立体图			
投影图			



续表

名称	水平线	正平线	侧平线
投影特性	(1) 水平投影反映实长, 与 $X$ 轴夹角为 $\beta$ , 与 $Y$ 轴夹角为 $\alpha$ (2) 正面投影平行 $X$ 轴 (3) 侧面投影平行 $Y$ 轴	(1) 正面投影反映实长, 与 $X$ 轴夹角为 $\alpha$ , 与 $Z$ 轴夹角为 $\gamma$ (2) 水平投影平行 $X$ 轴 (3) 侧面投影平行 $Z$ 轴	(1) 侧面投影反映实长, 与 $Y$ 轴夹角为 $\alpha$ , 与 $Z$ 轴夹角为 $\beta$ (2) 正面投影平行 $Z$ 轴 (3) 水平投影平行 $Y$ 轴

## 2. 投影面垂直线的投影

与投影面垂直的直线称为投影面垂直线, 它与一个投影面垂直, 必与另外两个投影面平行。与  $H$  面垂直的直线称为铅垂线, 与  $V$  面垂直的直线称为正垂线, 与  $W$  面垂直的直线称为侧垂线。它们的投影图及投影特性见表 2-2。

表 2-2 投影面垂直线的投影特性

名称	铅垂线	正垂线	侧垂线
立体图			
投影图			
投影特性	(1) 水平投影积聚为一点 (2) 正面投影和侧面投影都平行于 $Z$ 轴, 并反映实长	(1) 正面投影积聚为一点 (2) 水平投影和侧面投影都平行于 $Y$ 轴, 并反映实长	(1) 侧面投影积聚为一点 (2) 正面投影和水平投影都平行于 $X$ 轴, 并反映实长

## 3. 一般位置直线的投影

一般位置直线与三个投影面都倾斜, 因此在三个投影面上的投影都不反映实长, 投影与投影轴之间的夹角也不反映直线与投影面之间的倾角, 如图 2-6 所示。

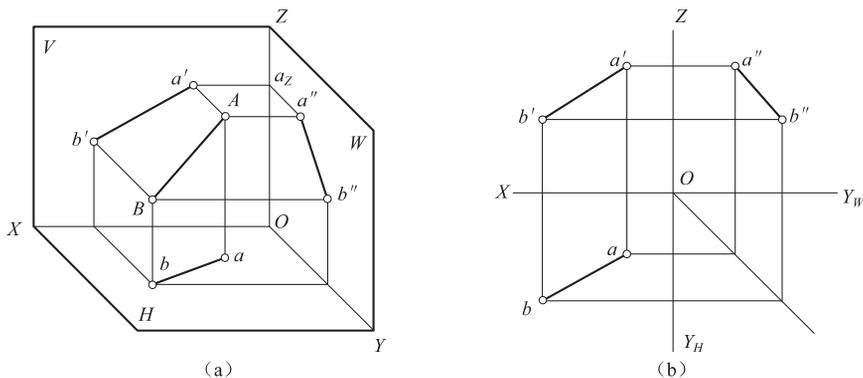


图 2-6 一般位置直线的投影

### 2.1.5 平面的投影

在三投影面体系中，平面的位置可以分为三种：投影面平行面、投影面垂直面、投影面倾斜面。前两种为投影面特殊位置平面，后一种为投影面一般位置平面。

#### 1. 投影面平行面的投影

投影面平行面是平行于一个投影面，并必与另外两个投影面垂直的平面。与  $H$  面平行的平面称为水平面，与  $V$  面平行的平面称为正平面，与  $W$  面平行的平面称为侧平面。它们的投影图及投影特性见表 2-3。

表 2-3 投影面平行面的投影特性

名称	水平面	正平面	侧平面
立体图			
投影图			
投影特性	(1) 水平投影反映实形 (2) 正面投影积聚成平行于 $X$ 轴的直线 (3) 侧面投影积聚成平行于 $Y$ 轴的直线	(1) 正面投影反映实形 (2) 水平投影积聚成平行于 $X$ 轴的直线 (3) 侧面投影积聚成平行于 $Z$ 轴的直线	(1) 侧面投影反映实形 (2) 正面投影积聚成平行于 $Z$ 轴的直线 (3) 水平投影积聚成平行于 $Y$ 轴的直线



## 2. 投影面垂直面的投影

投影面垂直面是垂直于一个投影面，并与另外两个投影面倾斜的平面。与  $H$  面垂直的平面称为铅垂面，与  $V$  面垂直的平面称为正垂面，与  $W$  面垂直的平面称为侧垂面。它们的投影图及投影特性见表 2-4。

表 2-4 投影面垂直面的投影特性

名称	铅垂面	正垂面	侧垂面
立体图			
投影图			
投影特性	<p>(1) 水平投影积聚成直线，与 <math>X</math> 轴夹角为 <math>\beta</math>，与 <math>Y</math> 轴夹角为 <math>\gamma</math></p> <p>(2) 正面投影和侧面投影具有类似性</p>	<p>(1) 正面投影积聚成直线，与 <math>X</math> 轴夹角为 <math>\alpha</math>，与 <math>Z</math> 轴夹角为 <math>\gamma</math></p> <p>(2) 水平投影和侧面投影具有类似性</p>	<p>(1) 侧面投影积聚成直线，与 <math>Y</math> 轴夹角为 <math>\alpha</math>，与 <math>Z</math> 轴夹角为 <math>\beta</math></p> <p>(2) 正面投影和水平投影具有类似性</p>

## 3. 一般位置平面的投影

一般位置平面与三个投影面都倾斜，因此在三个投影面上的投影都不反映实形，而是类似形，如图 2-7 所示。

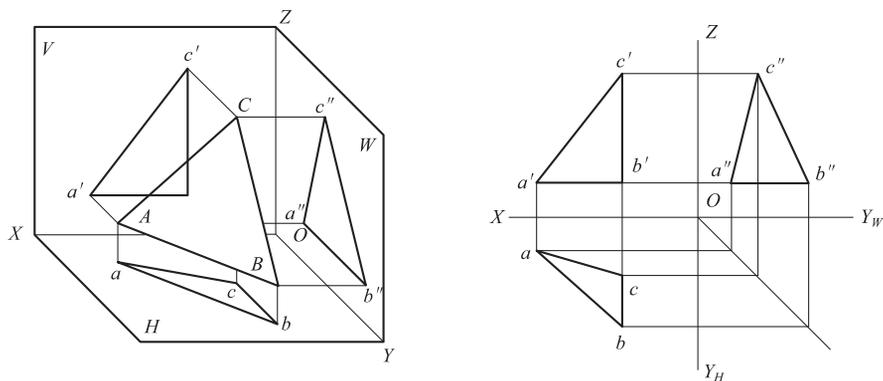


图 2-7 一般位置平面的投影



## 2.2 三视图的形成与投影规律

要获得投影,必须具备投射射线、投影面、物体三个要素。物体的正投影图,通常是用人的视线代替垂直投影面的投射射线,运用线面的正投影性质在图纸上画出物体的正投影,因此正投影又称为视图。在工程上常用多面视图来表达物体,基本的表达方法是三视图。

### 2.2.1 三视图的形成

#### 1. 三面投影和三视图

如图 2-8 所示,把物体置于三面投影体系中,将物体向三投影面进行投影得到物体的三视图。

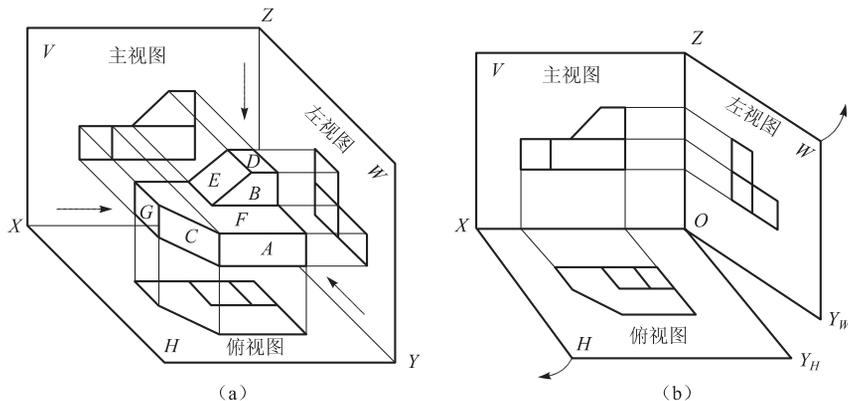


图 2-8 三面投影和展开

(a) 三面投影; (b) 三视图的展开

从物体的前面向后投射,在  $V$  面上得到的视图叫主视图;从物体的上面向下投射,在  $H$  面上得到的视图叫俯视图;从物体的左面向右投射,在  $W$  面上得到的视图叫左视图。

#### 2. 三视图的形成

要把三视图画在同一张图纸上,就需要把三个投影面展成一个平面,如图 2-9 所示。

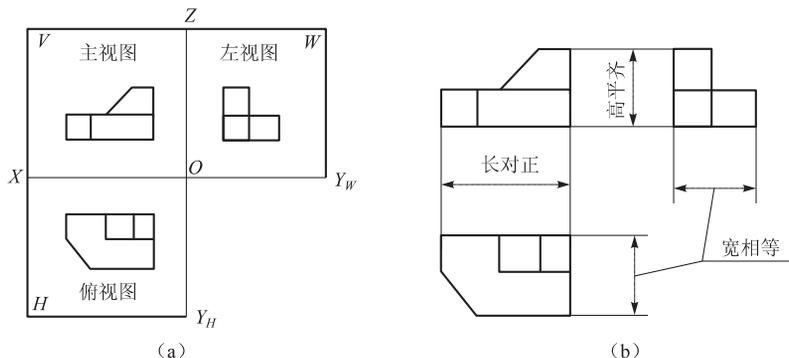


图 2-9 三视图的形成及投影规律

(a) 三视图的形成; (b) 三视图的投影规律



### 2.2.2 三视图间的投影规律

三视图表达的是同一物体，而且是物体在同一位置分别向三投影面所做的投影，根据图 2-9 (b)，三视图间具有的投影规律为：主视图和俯视图长对正；主视图和左视图高平齐；俯视图和左视图宽相等。

三视图间的投影规律，通常概括为：“长对正、高平齐、宽相等”九个字。这个规律是画图和读图的基本规律，无论是整个物体还是物体的局部，三视图间都必须符合这个规律。

## 2.3 基本几何体的三视图

任何物体都可以看成是由一些形状规则且简单的形体组成，这样的形体称为基本体。基本体分平面立体和曲面立体两类。表面由平面所构成的形体，称为平面体；表面中含有曲面的形体称为曲面体。

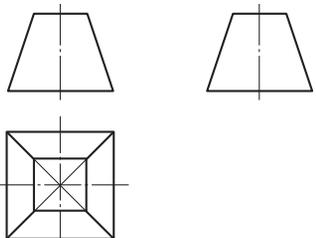
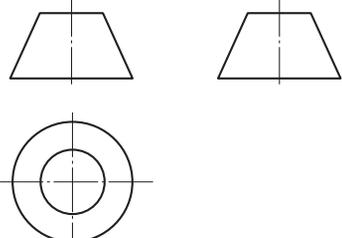
### 2.3.1 平面体的三视图（见表 2-5）

表 2-5 基本几何体的三视图

平 面 立 体		曲 面 立 体	
四棱柱		圆柱	
六棱柱		圆锥	
四棱锥		圆球	



续表

平面立体		曲面立体	
棱台		圆台	

- (1) 棱柱。直棱柱三视图的图形特征为：两个视图外轮廓为矩形，一个视图为多边形。  
 (2) 棱锥。棱锥三视图的图形特征为：两个视图外轮廓为三角形，一个视图为多边形。  
 (3) 棱台。棱台三视图的图形特征为：两个视图外轮廓为梯形，一个视图为多边形。

### 2.3.2 曲面体的三视图 (见表 2-5)

- (1) 圆柱。圆柱三视图的图形特征是：两个视图为矩形，一个视图为圆形。  
 (2) 圆锥。圆锥三视图的图形特征是：两个视图为三角形，一个视图为圆。  
 (3) 圆台。圆台三视图的图形特征是：两个视图为梯形，一个视图为圆。  
 (4) 圆球。圆球三视图的图形特征是：三个视图均为直径相等的圆。

## 2.4 组合体视图的识读

### 2.4.1 组合体的形体分析

#### 1. 组合体的组合形式

形状复杂的立体可以看成是由较多的基本形体按一定方式组合而成，称为组合体。组合体的组合形式分为叠加、切割和综合三种形式，如图 2-10 所示。

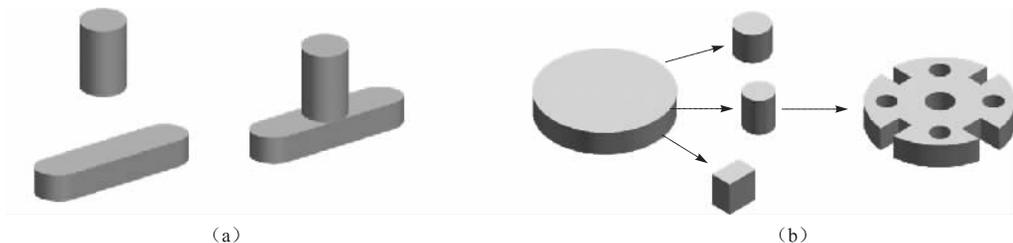


图 2-10 组合体的组合形式  
 (a) 叠加式；(b) 切割式

- (1) 叠加式组合体。由若干个基本体或简单体叠加而成的组合体称叠加式组合体。  
 (2) 切割式组合体。由基本体切割而成的组合体称为切割式组合体。  
 (3) 综合式组合体。既有叠加又有切割的组合体称为综合式组合体。

#### 2. 组合体各部分间的表面连接关系

- (1) 两形体叠加时表面平齐、不平齐。两形体叠加时表面相互接触，接触表面不平齐



(即不共面)有分界线,平齐(即共面)无分界线,如图2-11所示。

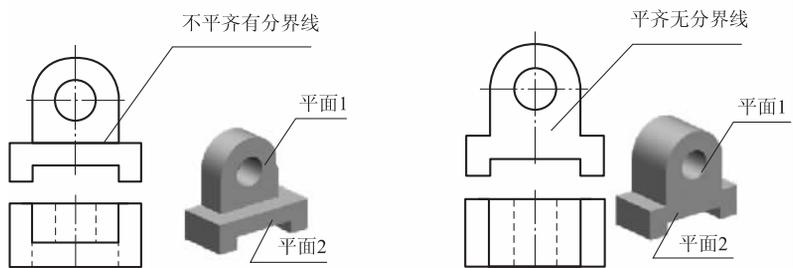


图2-11 形体叠加时的表面关系

(2) 两形体相交时,相交处应画出交线;两形体表面相切时,相切处无交线,如图2-12所示。

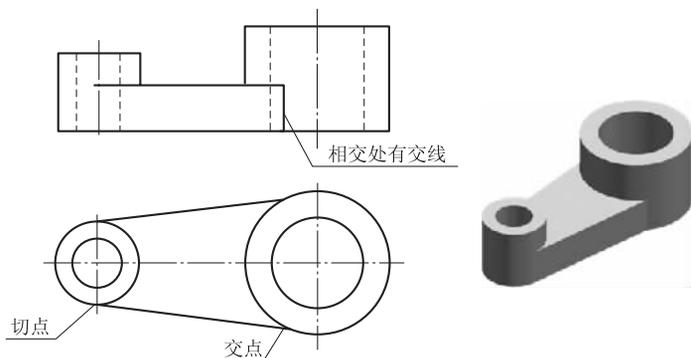


图2-12 形体相交时的表面关系

### 2.4.2 组合体视图的识读

要能正确迅速地读懂图,一要有扎实的读图基础知识,二要掌握读图的方法,三要通过典型题反复进行读图实践。

#### 1. 读图的基础知识

读图的准则:由于一个视图不能确定组合体的形状,因此看图时应以主视图为中心,将各视图联系起来看,这是读图的准则。

读图的依据:三视图间的投影规律及基本体三视图的图形特征和各种位置直线、平面的投影特征是读图的依据,只有熟练地掌握它们,才能读懂各类物体的视图。

#### 2. 读图的基本方法

读图是画图的反向思维过程,所以读图的方法与画图相同,即读图的基本方法也是形体分析法,遇难点部分时可辅以线面分析法。

##### 1) 形体分析法

形体分析法读图是以基本体或简单体为读图单元,将组合体视图分解为若干简单的线框,然后判断各线框所表达的基本体或简单体的形状,再根据各部分的相对位置综合想象出整体形状。简单地说,形体分析法读图就是一部分一部分地看图。下面以图2-13所示的三视图为例进行具体说明。

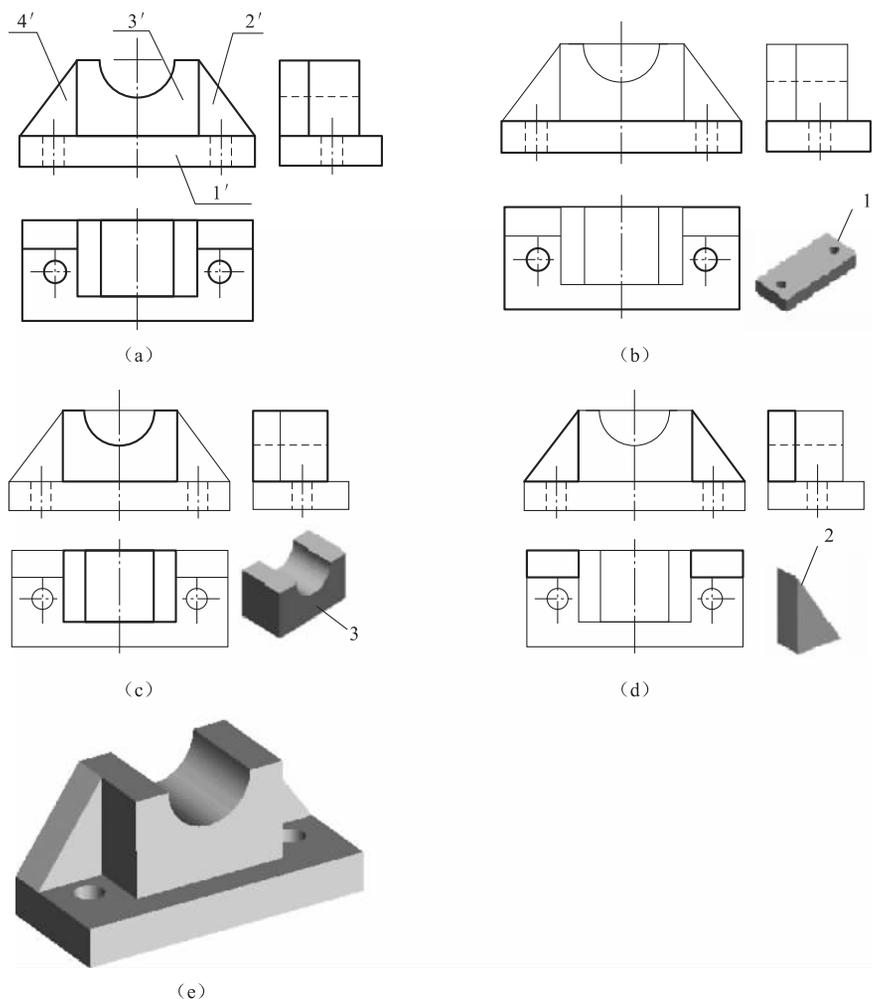


图 2-13 形体分析法

(a) 组合体三视图；(b) 形体 1 的三视图；(c) 形体 3 的三视图；(d) 形体 2、4 的三视图；(e) 组合体形状

(1) 识视图、分部分。首先弄清各视图名称、观看方向，建立起图与物之间的关系；然后分部分，该物体很显然是综合式组合体，从主视图入手，结合其他视图可将其分为四部分，如图 2-13 (a) 所示。

(2) 逐部分对投影、想形状。由主视图按投影规律找出各部分在左视图和俯视图上的对应线框，如图 2-13 (b)~(d) 所示。

(3) 综合起来想整体。由三视图可看出，整体形状如图 2-13 (e) 所示。

## 2) 线面分析法

组合体也可以看成是由若干面（平面或曲面）、线（直线或曲线）所围成的。因此，线、面分析法也就是把组合体分解为若干面、线，并确定它们之间的相对位置以及它们对投影面的相对位置的方法。下面以图 2-14 所示的三视图为例进行具体说明。

先分析整体形状。由于压块的三个视图的轮廓基本上都是矩形（只缺了几个角），所以它的基本形体是一个立方体。从主、俯视图可以看出，压块右方从上到下有一阶梯孔。主视

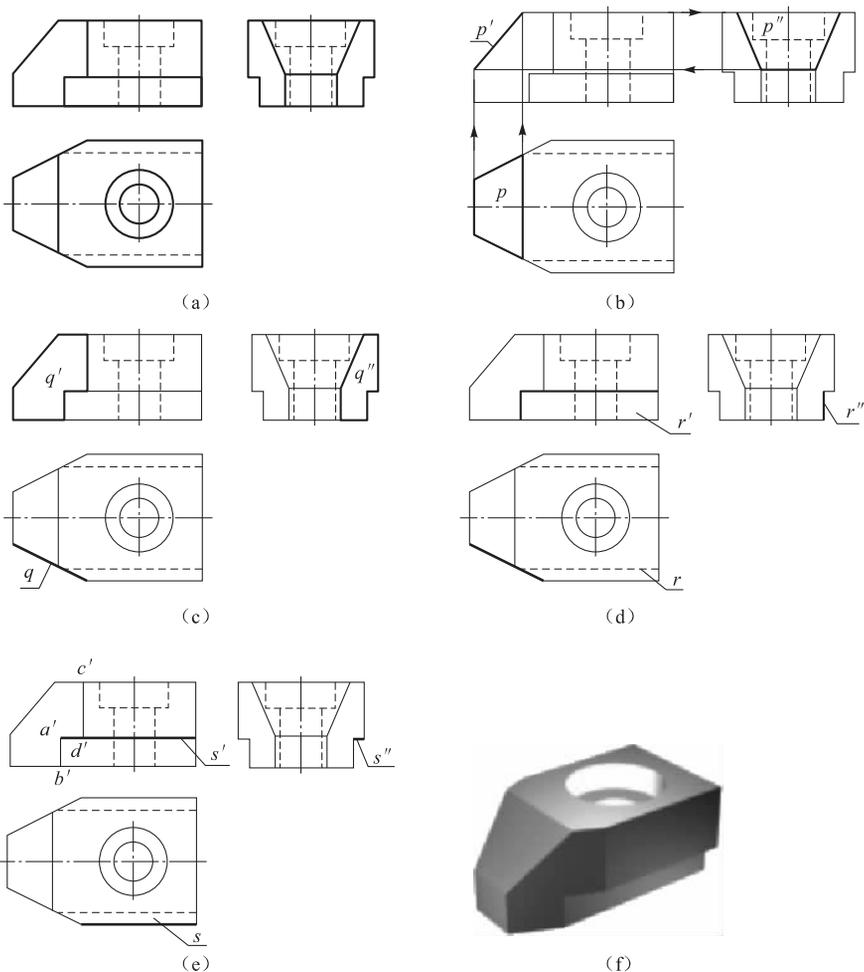


图 2-14 线面分析法

图的矩形缺个角,说明在立方体的左上方切掉一角。俯视图的矩形缺两个角,说明立方体的左端切掉了前、后两角。左视图也缺两个角,说明前后两边也各切去一块。

用这样的形体分析法,压块的基本形状就大致有数了。但是,究竟是被什么样的平面切的?截切以后的投影为什么会是这个样子?这还需要用线、面分析法进行分析。

下面应用三视图的投影规律,找出每个表面的三个投影。

(1) 先看图 2-14 (a),从俯视图中的梯形线框出发,在主视图中找出与它对应的斜线  $p'$ ,可知  $P$  面是垂直于正面的梯形平面,立方体的左上角就是由这个平面切割而成的。平面  $P$  对侧面和水平面都处于倾斜位置,所以它的侧面投影  $p''$  和水平投影  $p$  是类似图形,不反映  $P$  面的真实形状。

(2) 再看图 2-14 (b)。由主视图的七边形  $q'$  出发,在俯视图上找出与它对应的斜线  $q$ ,可知  $Q$  面是垂直于水平面的。立方体的左端,就是由这样的两个平面切割而成的。平面  $Q$  对正面和侧面都处于倾斜位置,因而侧面投影  $q''$  也是一个类似的七边形。

(3) 然后,从主视图上的矩形  $r'$  入手,找出面的三个投影(图 2-14 (d));从俯视图



的四边形  $S$  出发，找到  $S$  面的三个投影（图 2-14（e））。不难看出， $R$  面平行于正面， $S$  面平行于水平面。长方块的前后两边，就是这两个平面切割而成的。在图 2-14（e）中， $a'b'$  线不是平面的投影，而是  $R$  面与  $Q$  面的交线。 $c'd'$  线是哪两个平面的交线？请读者自行分析。

其余的表面比较简单易看，不再一一分析。从形体以及线、面的投影上，彻底弄清了整个压块的三面视图，就可以想象出如图 2-14（f）所示物体的空间形状了。

看图时一般是以形体分析法为主，线、面分析法为辅。线、面分析方法主要用来分析视图中的局部复杂投影，对于切割式的零件图样用得较多。